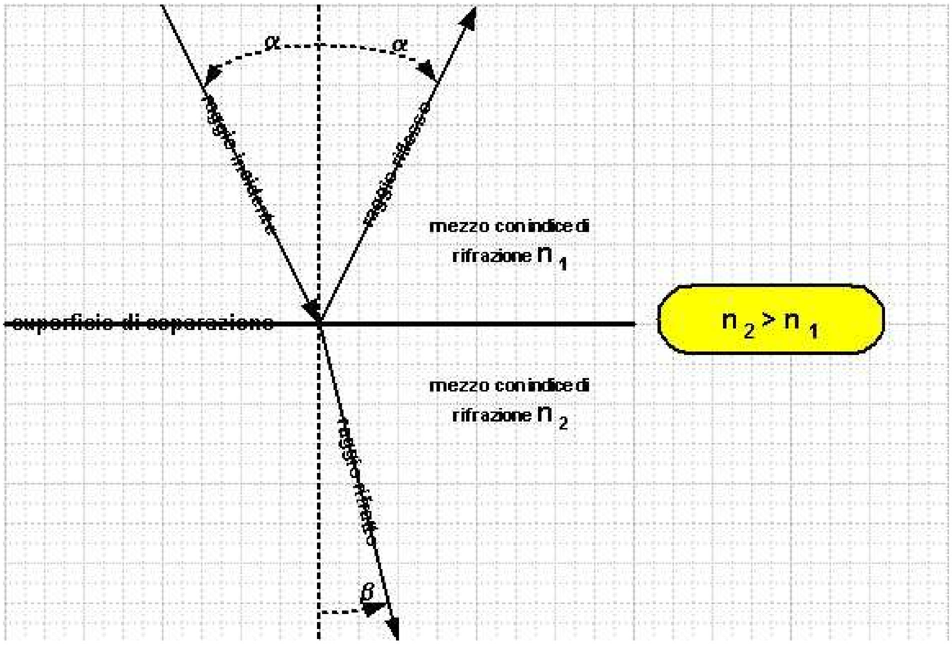
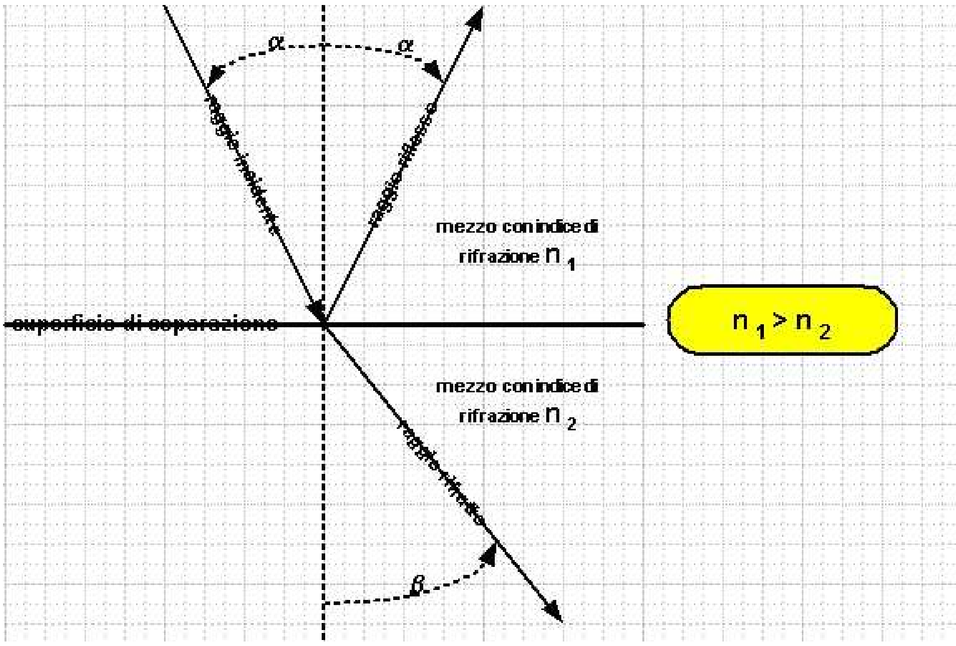
FIBRE OTTICHE

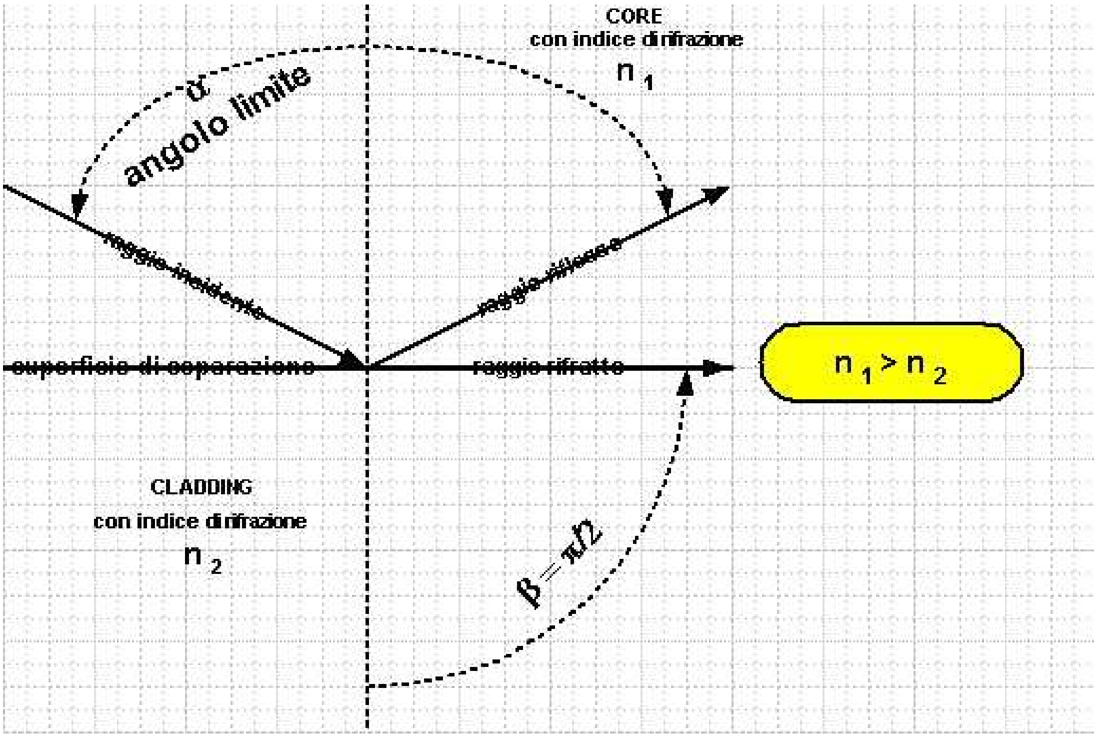
1. LEGGE DI SNELL



$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$ quindi	**se $n_2 > n_1$**	$\beta < \alpha$
	se $n_1 > n_2$	$\beta > \alpha$



2. ANGOLO LIMITE E RIFLESSIONE TOTALE

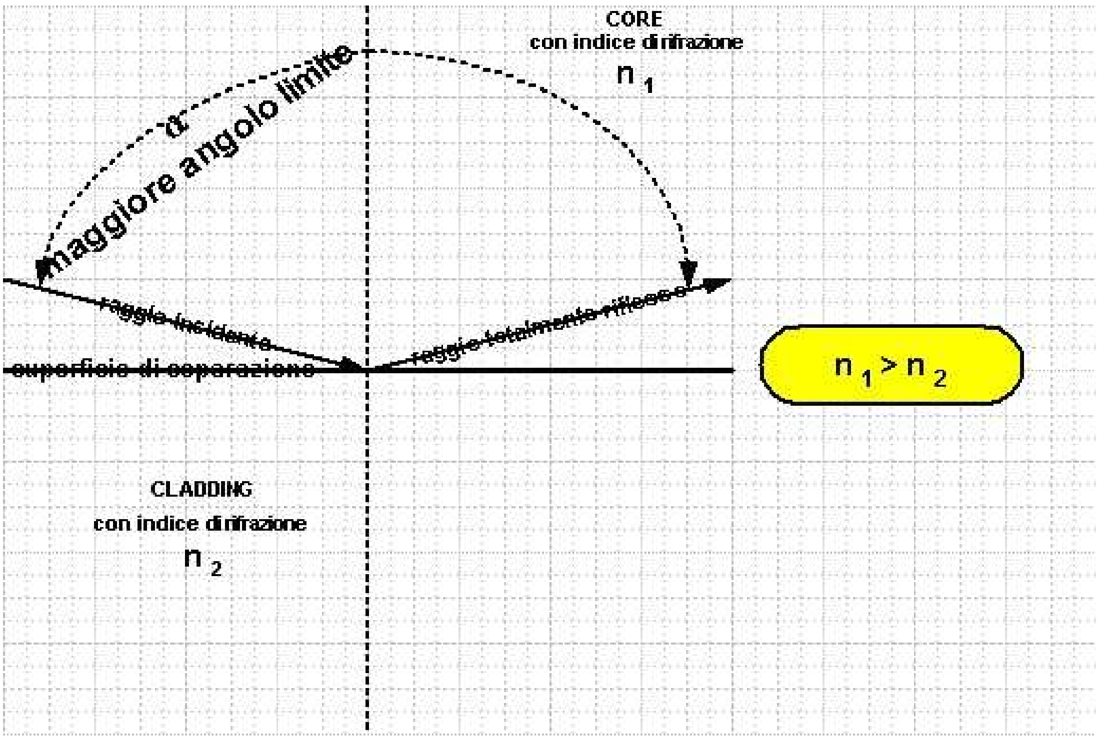


L’angolo di incidenza “limite” è definito come l’angolo in corrispondenza del quale l’angolo di rifrazione diventa uguale a **π/2**.

Quindi è possibile calcolare l’angolo limite utilizzando la Legge di Snell:

$$\frac{\sin\alpha_{LIMITE}}{\sin\pi/2}=\frac{n_{CLADDING}}{n_{CORE}}\Rightarrow\sin\alpha_{LIMITE}=\frac{n_{CLADDING}}{n_{CORE}}\Rightarrow\alpha_{LIMITE}=\arcsin\frac{n_{CLADDING}}{n_{CORE}}$$

Tutti i raggi luminosi che incidono sulla superficie di separazione tra CORE e CLADDING con un angolo d’incidenza superiore all’angolo limite non subiscono rifrazione ma vengono totalmente riflessi e quindi rimangono intrappolati all’interno del CORE (che diventa in questo caso una guida d’onda per la luce) e quindi la possono percorrere tutta subendo sempre successive RIFLESSIONI TOTALI.



3. CONO DI ACCETTAZIONE ED APERTURA NUMERICA

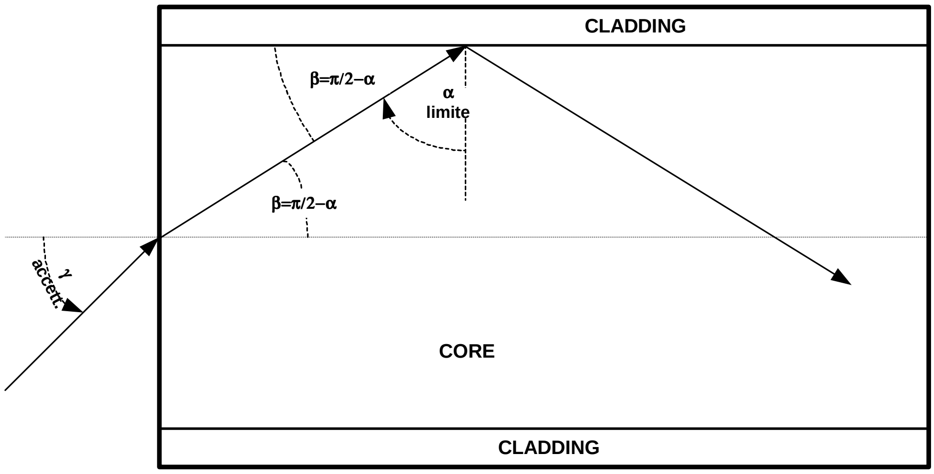
Dal momento che tutte le riflessioni dei raggi luminosi nella fibra devono essere riflessioni totali e quindi l'angolo d'incidenza del raggio sulla superficie di separazione tra core e cladding deve essere superiore all'angolo limite, ci sono delle limitazioni sull'angolo con il quale i raggi sono immessi nella fibra.

Quando un raggio di luce viene immesso dall'aria nel core della fibra ci sarà un raggio riflesso (che si perde) ed un raggio rifratto che entra nel core con un angolo inferiore all'angolo di incidenza (indice di rifrazione del core sicuramente maggiore di quello dell'aria). Tale raggio rifratto va a colpire la superficie di separazione tra core e cladding con un angolo di incidenza che deve essere necessariamente superiore all'angolo limite se vogliamo che tale raggio sia totalmente riflesso e quindi "intrappolato" nel core.

Quindi il raggio che immettiamo nella fibra non deve essere superiore ad un certo angolo altrimenti non si avrebbe la riflessione totale ed il raggio non si propagherebbe nel core che per brevissime distanze.

Si definisce angolo di accettazione l'angolo di immissione del raggio nel core in corrispondenza del quale l'angolo di incidenza del raggio rifratto sulla superficie di separazione tra core e cladding è uguale all'angolo limite.

Vogliamo trovare tale angolo di accettazione che chiamiamo $\gamma_{\mathbf{accettazione}}$.



Dalla Legge di Snell si ha:

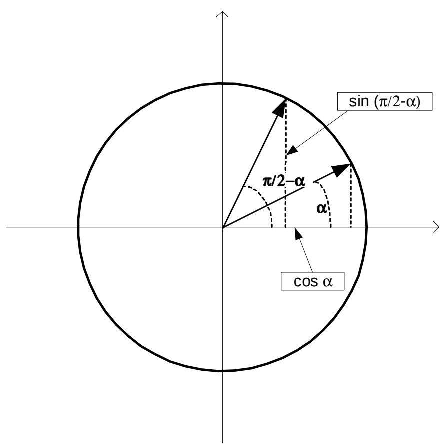
$$\frac{\sin\gamma_{accettazione}}{\sin\beta}=\frac{n_{CORE}}{n_{aria}=1}\Rightarrow \sin\gamma_{accettazione}=n_{CORE}\bullet\sin\beta$$

ma l'angolo **β** è uguale all'angolo **π/2 - α** perchè sono alterni-interni e quindi:

$$\sin\gamma_{accettazione}=n_{CORE}\bullet\sin\beta=n_{CORE}\bullet\sin\left(\pi/2-\alpha_{LIMITE}\right)$$

ma, come si vede dalla figura:

$$\sin\left(\pi/2-\alpha_{LIMITE}\right)=\cos\alpha_{LIMITE}$$



quindi possiamo scrivere:

$$\sin\gamma_{accettazione}=n_{CORE}\bullet\sin\left(\pi/2-\alpha_{LIMITE}\right)=n_{CORE}\bullet\cos\left(\alpha_{LIMITE}\right)$$

ma sappiamo che:

$$\cos^2 \alpha_{LIMITE} + \sin^2 \alpha_{LIMITE} = 1 \Rightarrow \cos \alpha_{LIMITE} = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_{LIMITE}}$$

sostituendo si ha:

$$\sin \gamma_{accettazione} = n_{CORE} \bullet \cos(\alpha_{LIMITE}) = n_{CORE} \bullet \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_{LIMITE}}$$

ma sappiamo che:

$$\sin \alpha_{LIMITE} = \frac{n_{CLADDING}}{n_{CORE}}$$

e quindi, sostituendo:

$$\sin \gamma_{accettazione} = n_{CORE} \bullet \sqrt{1 - \left(\frac{n_{CLADDING}}{n_{CORE}}\right)^2}$$

portando dentro la radice quadrata n_{core} si ha:

$$\sin \gamma_{accettazione} = n_{CORE} \bullet \sqrt{1 - \left(\frac{n_{CLADDING}}{n_{CORE}}\right)^2} = \sqrt{n_{CORE}{}^2 - n_{CORE}{}^2 \bullet \left(\frac{n_{CLADDING}}{n_{CORE}}\right)^2} = \sqrt{n_{CORE}{}^2 - n_{CLADDING}{}^2}$$

quindi

$$\boxed{\sin \gamma_{accettazione} = \sqrt{n_{CORE}{}^2 - n_{CLADDING}{}^2}}$$

il $\sin \gamma_{accettazione}$ prende il nome di **APERTURA NUMERICA** (NUMERICAL APERTURE, **NA**) della Fibra ottica.

L’angolo di accettazione è:

$$\boxed{\gamma_{accettazione} = \arcsin \sqrt{n_{CORE}{}^2 - n_{CLADDING}{}^2}}$$

Dall’angolo di accettazione si definisce il CONO DI ACCETTAZIONE che è dato dalla rotazione di 360° dell’angolo di accettazione intorno all’asse della fibra (in realtà è un tronco di cono). Solo i raggi che entrano nella fibra con un angolo compreso nel cono di accettazione hanno delle riflessioni totali sulla superficie di separazione tra core e cladding e quindi vengono guidati anche a grandi distanze.

3.1 ESEMPIO NUMERICO.

Se abbiamo una fibra con n_{CORE}=1.48 e $n_{CLADDING}$=1.46 abbiamo che:

$$NA = \sin \gamma_{accettazione} = \sqrt{n_{CORE}{}^2 - n_{CLADDING}{}^2} = \sqrt{1.48^2 - 1.46^2} = 0.242$$

Calcoliamo l’angolo di accettazione:

$$\gamma_{accettazione} = \arcsin \sqrt{n_{CORE}{}^2 - n_{CLADDING}{}^2} = \arcsin NA = \arcsin 0.242 \approx 14°$$

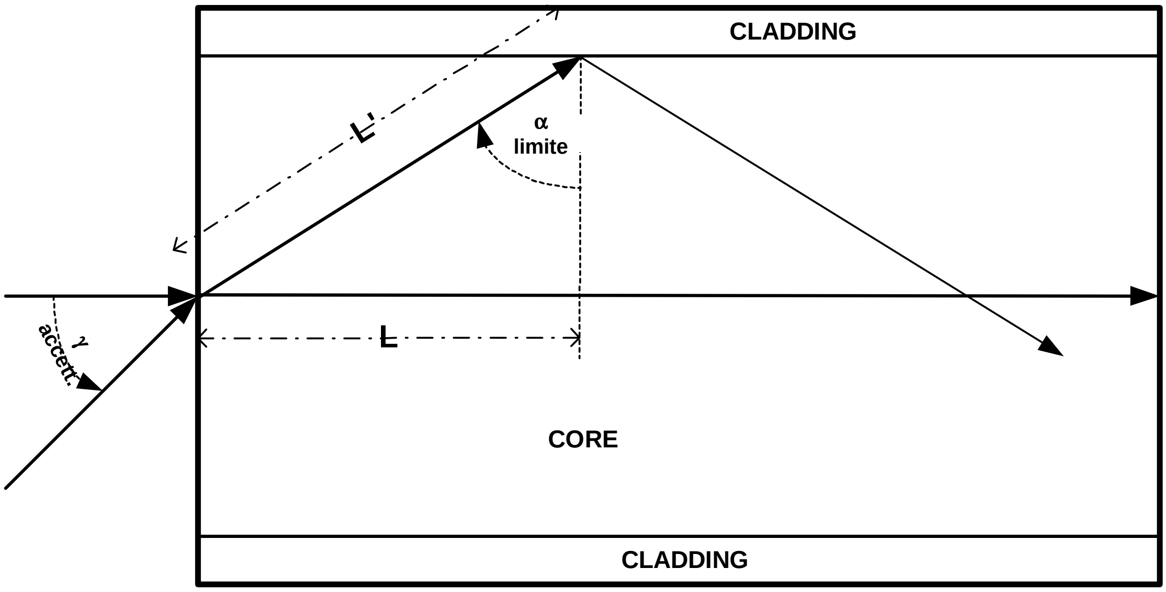
4. DISPERSIONE MODALE

Prendiamo in considerazione due “raggi” (sarebbe meglio chiamarli “modi”, come vedremo dopo) di uno stesso impulso di luce.

Uno entra nella fibra con angolo **γ** nullo, cioè viaggia esattamente sull’asse della fibra.

L’altro entra nella fibra con angolo **$\gamma = \gamma_{accettazione}$** cioè va ad incidere sulla superficie di separazione tra core e cladding con un angolo **$\alpha = \alpha_{limite}$.**

Per percorrere la stessa lunghezza L della fibra i due raggi impiegano tempi diversi. Infatti il primo deve percorrere lo spazio L mentre il secondo deve percorrere lo spazio L’.



Sappiamo che:

$$L = L'\sin\alpha_{LIMITE} \Rightarrow L' = \frac{L}{\sin\alpha_{LIMITE}}$$

ma sappiamo che:

$$\sin\alpha_{LIMITE} = \frac{n_{CLADDING}}{n_{CORE}}$$

e quindi

$$L' = \frac{L}{\sin\alpha_{LIMITE}} = L\frac{n_{CORE}}{n_{CLADDING}}$$

La velocità con cui si muovono i due raggi, se l’indice di rifrazione del core è costante, è:

$$v = \frac{c}{n_{CORE}}$$

Quindi il primo raggio per percorrere la lunghezza L della fibra impiega un tempo:

$$T_1 = \frac{L}{v} \Rightarrow T_1 = \frac{L \bullet n_{CORE}}{c}$$

Il secondo raggio per percorre la stessa lunghezza lineare L della fibra impiega un tempo:

$$T_2 = \frac{L'}{v} \Rightarrow T_2 = \frac{L' \bullet n_{CORE}}{c} \Rightarrow T_2 = L\frac{n_{CORE}}{n_{CLADDING}} \bullet \frac{n_{CORE}}{c}$$